DM #2 (facultatif)	Devrait prendre moins de deux heures.	TS4 – pour le 09/11/2018
--------------------	---------------------------------------	--------------------------

Travail individuel. Vous pouvez chercher les pistes de raisonnement en groupe, vérifier vos résultats entre vous, mais refaites le travail seuls.

Exercice 1 : Calculer les limites des suites suivantes. On soignera particulièrement la rédaction.

$$a) u_n = 5^n - 8^n \quad b) v_n = \frac{3n^2 - 2\sin(n)}{n^2 + 6}$$

Exercice 2 : Soit $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

- Déterminer le domaine de définition de f
- Dresser le tableau de variations de f . On n'oubliera pas les limites et les demi-limites (à gauche ou à droite)

Exercice 3 : Déterminer la limite de $g(x) = \sqrt{\frac{1}{x+3} + 1}$ aux bornes de son domaine de définition, et en déduire les asymptotes de la courbe représentative de g .

Exercice 4 : Suite à des dysfonctionnements, un lycée réalise une étude sur ses élèves. A partir de ses observations, il remarque que :

- si les emplois du temps d'un élève étaient corrects une semaine donnée, ils seront encore corrects la semaine suivante avec une probabilité de 0,9
- sinon, ils ont 60% de chance de rester incorrects la semaine suivante.
- la première semaine, tous les emplois du temps étaient faux.

On prend un élève au hasard, et on note A_n l'événement "l'emploi du temps de l'élève était bon la n -ième semaine". On note $p_n = P(A_n)$. Ainsi, $p_1 = 0$.

- Représenter par un arbre de probabilité les trois premières semaines (jusqu'à A_3)
- Expliquer pourquoi $p_{n+1} = 0,5 p_n + 0,4$.
- Montrer par récurrence que $\forall n \geq 1, p_n < 0,8$
- Montrer que (p_n) est croissante, et en déduire qu'elle est convergente.
- On pose $v_n = p_n - 0,8$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique
- En déduire le terme général de (p_n) et montrer que sa limite vaut 0,8.
- Proposer un algorithme permettant de déterminer à partir de combien de temps 75% des élèves auront un emploi du temps correct.

On se place au bout d'un temps très long, auquel on peut approximer la proportion d'élèves ayant un emploi du temps correct à 0,8. On prend 6 élèves au hasard. On note X le nombre d'élèves ayant un emploi du temps correct.

- Quelle loi suit X ? Justifier.
- Déterminer la valeur exacte de la probabilité $P(X = 5)$.
- Déterminer à l'aide de la calculatrice la probabilité qu'au moins la moitié des élèves observés aient un emploi du temps correct.

DM #2 (facultatif)	Devrait prendre moins de deux heures.	TS4 – pour le 09/11/2018
--------------------	---------------------------------------	--------------------------

Travail individuel. Vous pouvez chercher les pistes de raisonnement en groupe, vérifier vos résultats entre vous, mais refaites le travail seuls.

Exercice 1 : Calculer les limites des suites suivantes. On soignera particulièrement la rédaction.

$$a) u_n = 5^n - 8^n \quad b) v_n = \frac{3n^2 - 2\sin(n)}{n^2 + 6}$$

Exercice 2 : Soit $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

- Déterminer le domaine de définition de f
- Dresser le tableau de variations de f . On n'oubliera pas les limites et les demi-limites (à gauche ou à droite)

Exercice 3 : Déterminer la limite de $g(x) = \sqrt{\frac{1}{x+3} + 1}$ aux bornes de son domaine de définition, et en déduire les asymptotes de la courbe représentative de g .

Exercice 4 : Suite à des dysfonctionnements, un lycée réalise une étude sur ses élèves. A partir de ses observations, il remarque que :

- si les emplois du temps d'un élève étaient corrects une semaine donnée, ils seront encore corrects la semaine suivante avec une probabilité de 0,9
- sinon, ils ont 60% de chance de rester incorrects la semaine suivante.
- la première semaine, tous les emplois du temps étaient faux.

On prend un élève au hasard, et on note A_n l'événement "l'emploi du temps de l'élève était bon la n -ième semaine". On note $p_n = P(A_n)$. Ainsi, $p_1 = 0$.

- Représenter par un arbre de probabilité les trois premières semaines (jusqu'à A_3)
- Expliquer pourquoi $p_{n+1} = 0,5 p_n + 0,4$.
- Montrer par récurrence que $\forall n \geq 1, p_n < 0,8$
- Montrer que (p_n) est croissante, et en déduire qu'elle est convergente.
- On pose $v_n = p_n - 0,8$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique
- En déduire le terme général de (p_n) et montrer que sa limite vaut 0,8.
- Proposer un algorithme permettant de déterminer à partir de combien de temps 75% des élèves auront un emploi du temps correct.

On se place au bout d'un temps très long, auquel on peut approximer la proportion d'élèves ayant un emploi du temps correct à 0,8. On prend 6 élèves au hasard. On note X le nombre d'élèves ayant un emploi du temps correct.

- Quelle loi suit X ? Justifier.
- Déterminer la valeur exacte de la probabilité $P(X = 5)$.
- Déterminer à l'aide de la calculatrice la probabilité qu'au moins la moitié des élèves observés aient un emploi du temps correct.