

DM #1 (obligatoire)	Devrait prendre moins d'une heure	TS4 – pour le 10/09/2018
---------------------	-----------------------------------	--------------------------

Quelques rappels sur le travail personnel :

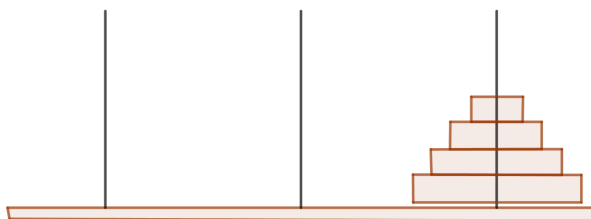
- recopier la réponse de quelqu'un d'autre n'a aucun intérêt. Je ne veux pas voir de copies identiques. Si vous travaillez en groupe (4 élèves maximum, sinon ce n'est pas efficace), vous pouvez ne rendre qu'une copie. Mais il faut que le travail soit effectivement réalisé par tout le groupe.
- dans ce chapitre en particulier, il est important pour chacun d'apprendre à **rédigé** proprement les raisonnements par récurrence (question 2 de chaque exercice). Une fois compris comment faire, rédigez **chacun de votre côté** la question et comparez pour garder la meilleure version,

Exercice 1 : Les tours de Hanoi

On dispose de 3 piquets. Sur le piquet de droite, on a n disques, du plus grand au plus petit (voir schéma) ; et on cherche à déplacer tous ces disques sur le piquet de gauche, en respectant les deux règles suivantes :

- on ne peut déplacer qu'un disque à la fois
- on ne peut pas poser un disque sur un disque plus petit.

Situation de départ ($n=4$)



- 1) Donner une solution pour $n = 3$ (dessiner les étapes)
- 2) Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, qu'il y aura toujours une solution.
- 3) On note u_n le nombre de déplacements nécessaires pour déplacer une pile de n disques. Montrer que $u_{n+1} = 2u_n + 1$

Remarque : cette relation vient, a priori, de la façon "naturelle" de procéder. On ne demande pas de montrer que c'est la meilleure façon de faire.

- 4) Soit $v_n = u_n + 1$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

- 5) En déduire le terme général de v_n , puis celui de u_n . Combien de déplacements sont nécessaires pour une pile de 10 disques ?

Exercice 2 :

1. Résoudre l'inéquation $x^2 \leq x$.
2. Soit (u_n) une suite vérifiant: $\forall n \geq 0, u_{n+1} = (u_n)^2$. Déterminer, selon la valeur de u_0 , le sens de variations de (u_n) . On veillera à être rigoureux dans la preuve.

DM #1 (obligatoire)	Devrait prendre moins d'une heure	TS4 – pour le 10/09/2018
---------------------	-----------------------------------	--------------------------

Quelques rappels sur le travail personnel :

- recopier la réponse de quelqu'un d'autre n'a aucun intérêt. Je ne veux pas voir de copies identiques. Si vous travaillez en groupe (4 élèves maximum, sinon ce n'est pas efficace), vous pouvez ne rendre qu'une copie. Mais il faut que le travail soit effectivement réalisé par tout le groupe.
- dans ce chapitre en particulier, il est important pour chacun d'apprendre à **rédigé** proprement les raisonnements par récurrence (question 2 de chaque exercice). Une fois compris comment faire, rédigez **chacun de votre côté** la question et comparez pour garder la meilleure version,

Exercice 1 : Les tours de Hanoi

On dispose de 3 piquets. Sur le piquet de droite, on a n disques, du plus grand au plus petit (voir schéma) ; et on cherche à déplacer tous ces disques sur le piquet de gauche, en respectant les deux règles suivantes :

- on ne peut déplacer qu'un disque à la fois
- on ne peut pas poser un disque sur un disque plus petit.

Situation de départ ($n=4$)



- 1) Donner une solution pour $n = 3$ (dessiner les étapes)
- 2) Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, qu'il y aura toujours une solution.
- 3) On note u_n le nombre de déplacements nécessaires pour déplacer une pile de n disques. Montrer que $u_{n+1} = 2u_n + 1$

Remarque : cette relation vient, a priori, de la façon "naturelle" de procéder. On ne demande pas de montrer que c'est la meilleure façon de faire.

- 4) Soit $v_n = u_n + 1$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

- 5) En déduire le terme général de v_n , puis celui de u_n . Combien de déplacements sont nécessaires pour une pile de 10 disques ?

Exercice 2 :

1. Résoudre l'inéquation $x^2 \leq x$.
2. Soit (u_n) une suite vérifiant: $\forall n \geq 0, u_{n+1} = (u_n)^2$. Déterminer, selon la valeur de u_0 , le sens de variations de (u_n) . On veillera à être rigoureux dans la preuve.