Correction des évaluations

1ère ES

2016/2017

1 Evaluation 1

Questions de cours

a) La forme canonique est, de manière générale, $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Un exemple est :

$$f(x) = 3(x-1)^2 + 4$$

D'après le cours, comme $a = 3 > 0$, le tableau de variations de f est :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

b) Pour obtenir la forme développée, on développe simplement :

$$\begin{aligned} f(x) &= 3(x-1)^2 + 4 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\ &= 3x^2 - 6x + 3 + 4 \\ f(x) &= 3x^2 - 6x + 7 \end{aligned}$$

1.1 Exercice 1

Attention, il y a plusieurs énoncés différents. Je ne corrige ici qu'un de ces énoncés. Pour obtenir l'image de -2, on remplace simplement x par -2 dans les formules.

	a	b	c	Image de -2
$f(x) = 2x^2 - 3x + 5$	2	-3	5	19
$g(x) = -3x + x^2$	1	-3	0	10
$h(x) = (x-1)(x+1)$	1	0	-1	3

Pour remplir la dernière ligne, on a développé :

$$\begin{aligned} h(x) &= (x-1)(x+1) \\ &= x^2 + x - x - 1 \\ h(x) &= x^2 - 1 \end{aligned}$$

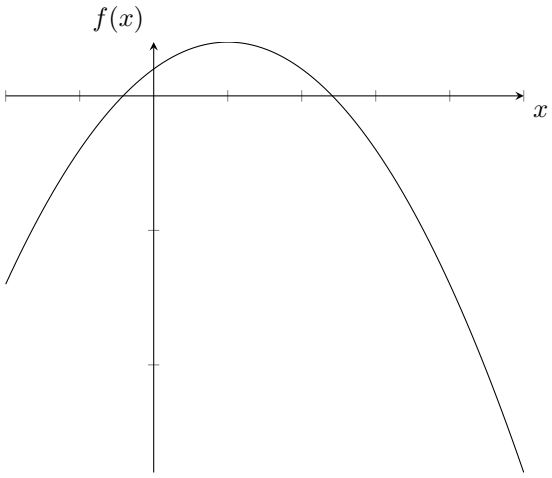
1.2 Exercice 2

Pour tracer l'allure du graphe de $f(x) = 4x - 2x^2 + 1$, il fallait, principalement, observer le signe de a. Ici, $a = -2$, donc il s'agit d'une parabole orientée vers le bas (en "bosse"). Ceci suffisait pour cette question ; on pouvait cependant être plus précis :

— On peut également calculer les coordonnées du sommet (hors programme pour l'instant) : $\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{2\times(-2)} = 1$ et $\beta = f(\alpha) = 3$.

— On peut également calculer les racines de ce polynôme (on trouve $x_1 \approx -0,22$ et $x_2 \approx 2,22$)

On obtient ce graphique :



1.3 Exercice 3

Attention : il y avait plusieurs énoncés différents. Je ne corrige ici qu'un des sujets ; la même méthode pouvant être appliquée pour les autres.

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$
On calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$: il y a donc une seule racine, $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2\times1} = 2$.
Conclusion : $S = \{1\}$

b) $2x^2 + 3x + 5 = 0$
On calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times 5 = -31 < 0$: il n'y a aucune racine.
Conclusion : $S = \emptyset$

c) $3x^2 - 5x - 1 = 3x + 10 \Leftrightarrow 3x^2 - 8x - 11 = 0$.
On calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 3 \times (-11) = 196 > 0$: il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - \sqrt{196}}{2 \times 3} = -\frac{4}{3} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + \sqrt{196}}{2 \times 3} = 4$$

Conclusion : $S = \{-\frac{4}{3}; 4\}$

2 Evaluation 2

2.1 Exercice 1

— Pour montrer que $f(x) = 2(x-2)^2 - 4$, on développe ceci :

$$\begin{aligned} 2(x-2)^2 - 4 &= 2(x^2 - 4x + 4) - 4 \\ &= 2x^2 - 8x + 8 - 4 \\ &= 2x^2 - 8x + 4 \end{aligned}$$

— On en déduit, d'après le cours, le tableau de variations suivant (comme $a = 2 > 0$) :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

2.2 Exercice 2

a) $10x - 3 \geq x^2 - x + 7 \Leftrightarrow -x^2 + 11x - 10 \geq 0$
On calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = 81 > 0$. Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-11 - \sqrt{81}}{2 \times (-1)} = 10 \text{ et } x_2 = \frac{-11 + \sqrt{81}}{2 \times (-1)} = 1$$

Comme $a = -1 < 0$, on a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		1		10		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Conclusion : $S = [1; 10]$.

b) $3x - 5 = 4x^2 + 20 + 23x \Leftrightarrow -x^2 - 20x - 25 = 0$
On calcule $\Delta = (-20)^2 - 4 \times (-1) \times (-25) = 300 > 0$. Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{20 - \sqrt{300}}{2 \times (-1)} = -10 + 5\sqrt{3} \text{ et } x_2 = \frac{20 + \sqrt{300}}{2 \times (-1)} = -10 - 5\sqrt{3}$$

Conclusion : $S = \{-10 - 5\sqrt{3}; -10 + 5\sqrt{3}\}$.

c) $(x-2)(x+3) \geq -10 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2x - 6 \geq -10 \Leftrightarrow x^2 + x + 4 \geq 0$
On calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 4 = -15 < 0$: il n'y a pas de racine. Comme $a = 1 > 0$, on a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$ $\quad\quad$ $+\infty$
$f(x)$	$+$

Conclusion : $S =]-\infty; +\infty[$

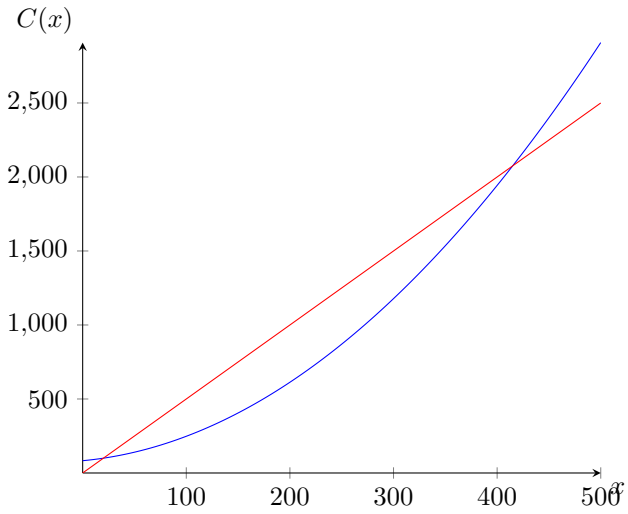
2.3 Exercice 3

a) — Pour 150 repas :
$R(150) = 150 \times 5 = 750$
$C(150) = 0,01 \times 150^2 + 0,65 \times 150 + 83 = 405,50$
Donc $B(150) = R(150) - C(150) = 750 - 405,50 = 344,50$

— Pour 300 repas :
$R(300) = 300 \times 5 = 1500$
$C(300) = 0,01 \times 300^2 + 0,65 \times 300 + 83 = 1178$
Donc $B(300) = R(300) - C(300) = 1500 - 1178 = 322$

b) On trouve, par lecture graphique, que les coûts sont supérieurs à 600 euros à partir de 200 repas.

c) On a : $R(x) = 5x$, ce qui donne le graphe suivant :



d) Graphiquement, on voit que les recettes sont supérieures aux coûts entre environ 25 repas et 400 repas servis. C'est là que la cantine réalise un bénéfice.

e) On a :

$$\begin{aligned} B(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 5x - (0,01x^2 + 0,65x + 83) \\ &= -0,01x^2 + 4,35x - 83 \end{aligned}$$

f) On résoud donc $B(x) \geq 0$.
On calcule $\Delta = 4,35^2 - 4 \times (-0,01) \times (-83) = 15,6025 > 0$. Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-4,35 - \sqrt{\Delta}}{2 \times (-0,01)} = 415 \text{ et } x_2 = \frac{20 + \sqrt{300}}{2 \times (-1)} = 20$$

Comme $a = -0,01 < 0$, on a le tableau de signes suivant :

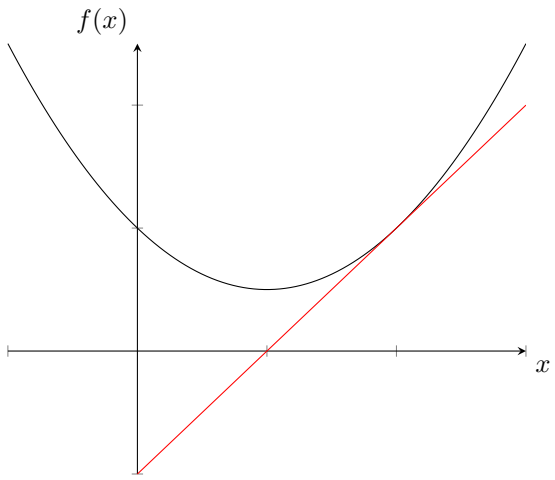
x	0		20		415		500
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On en déduit que la cantine réalise un bénéfice si elle sert entre 20 et 415 repas.

3 Evaluation 3

Questions de cours

a) La tangente à une courbe en un point est la droite qui passe par ce point en suivant la direction de la courbe à cet endroit.



b) Le nombre dérivé en a, noté $f'(a)$, est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a.

3.1 Exercice 1

Calculons d'abord le coefficient directeur :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-5}{-7-3} = \frac{1}{2}$$

.

Ainsi, (AB) admet une équation de la forme $y = \frac{1}{2}x + b$.
Or, $A(3;5) \in (AB)$, donc :

$$\begin{aligned} 5 &= \frac{1}{2} \times 3 + b \\ 5 - \frac{3}{2} &= b \\ \frac{7}{2} &= b \end{aligned}$$

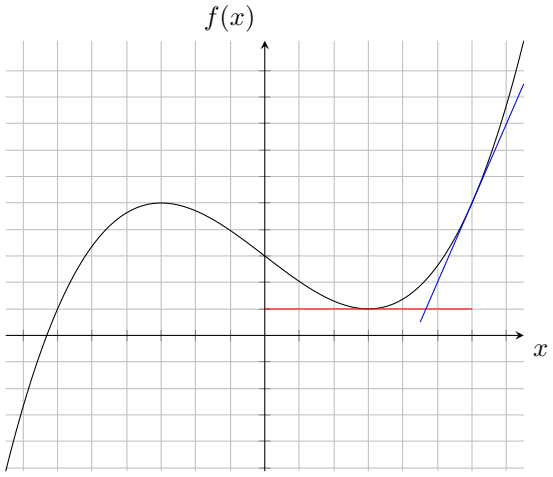
Ainsi, (AB) a pour équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$.

3.2 Exercice 2

a) Toutes ces valeurs s'obtiennent en lisant le coefficient directeur de la tangente.

- $f'(-2) = 3$
- $f'(-1) = 0$
- $f'(0) = -1$

b) On a les tangentes suivantes (rouge au point d'abscisse 1, bleu au point d'abscisse 2)



On a ainsi : $f'(1) = 0$ et $f'(2) = 3$.

3.3 Exercice 3

a) On a le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	2	5	$\approx 3{,}5$	1	3
$f'(x)$	$-\frac{1}{2}$	-	-	0	$\frac{2}{3}$

b) On en déduit une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$:

$$\begin{aligned} T_C : y &= f'(2)(x-2) + f(2) \\ &= \frac{2}{3}(x-2) + 3 \\ T_C : y &= \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \end{aligned}$$

4 Evaluation 4

Attention : il y a deux sujets différents ; je ne corrige ici qu'un d'entre eux, la même méthode pouvant être utilisées pour l'autre sujet.

Question de cours

$$f = \frac{n}{N}$$

4.1 Exercice 1

a) $0,2 \times 0,3 = 0,06$ donc les 20% de 30% correspondent à 6%

b) $0,1 \times 0,05 = 0,005$ donc les 10% de 5% correspondent à 0,5%

c) $0,2 \times 0,5 \times 0,4 = 0,04$ donc les 20% des 50% des 40% correspondent à 4%.

4.2 Exercice 2

a) Ici : $n = 1290$; $f = 0,3$ donc $N = \frac{n}{f} = \frac{1290}{0,3} = 4300$. Il y avait donc 4300 personnes qui ont voté.

b) Ici : $N = 4300$ (d'après la question précédente), et $f = 0,37$; donc $n = f \times N = 0,37 \times 4300 = 1591$. 1591 personnes ont voté pour Bob.

c) — Parmi les électeurs d'Albert : $n = 460; N = 1290$; donc $f = \frac{460}{1290} \approx 0,357$. Il y avait donc 35,7% de femmes parmi les électeurs d'Albert.

— Parmi tous les électeurs : $n = 460 + 637 = 1097; N = 4300$; donc $f = \frac{1097}{4300} \approx 0,255$. Il y avait donc 25,5% de femmes parmi tous les électeurs.

4.3 Exercice 3

a) *Les calculs sont détaillés après le tableau.*

	Classeur	Cahier	Total
Fille	54	231	285
Garcon	126	189	315
Total	180	420	600

— $0,7 \times 600 = 420$ (élèves utilisant un cahier)

— $600 - 420 = 180$ (élèves utilisant un classeur)

— $0,3 \times 180 = 54$ (filles utilisant un classeur)

— $180 - 54 = 126$ (garcons utilisant un classeur)

— $\frac{126}{0,4} = 315$ (total des garcons)

— On obtient les trois résultats restants par simples soustractions.

b) $\frac{54}{285} \approx 0,189$: environ 18,9% des filles utilisent un classeur.

c) $\frac{189}{600} = 0,315$: 31,5% des lycéens sont des garcons qui utilisent un cahier.

d) Un taux d'absentéisme de 9,1% signifie que les 600 élèves présents représentent 90,9% du total du lycée. Ainsi, il y a $N = \frac{600}{0,909} \approx 660$ personnes inscrites au lycée.

5 Evaluation 5

5.1 Exercice 1

a) $\frac{54857-48762}{48762} \approx 0,125$. Le taux d'évolution de la population d'Epinay entre 1990 et 2016 est de +15,5%

b) $\frac{54857-51598}{51598} \approx 0,063$. Le taux d'évolution de la population d'Epinay entre 2006 et 2016 est de +6,3%

c) Une baisse de 3,1% correspond à un coefficient multiplicateur de $k = -0,031 + 1 = 0,969$. Ainsi, la population spinassienne en 1982 (c'est-à-dire *avant* la baisse) était de $\frac{48762}{0,969} \approx 50322$ habitants.

5.2 Exercice 2

1ere évolution	2e évolution	Evolution globale	*Calculs*
Hausse de 15 %	Hausse de 25 %	Hausse de 43,75%	$1,15 \times 1,25 = 1,4375$
Baisse de 40 %	Hausse de 50 %	Baisse de 10 %	$0,6 \times 1,5 = 0,9$
Hausse de 62,5%	Baisse de 20 %	Hausse de 30 %	$\frac{1,3}{0,8} = 1,625$
Hausse de 10,5%	Baisse de $\approx 45,7\%$	Baisse de 40 %	$\frac{0,6}{1,105} \approx 0,543$

5.3 Exercice 3

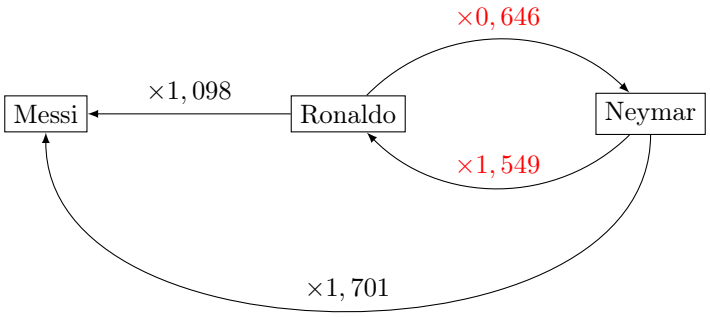
a) Une hausse de 25% correspond à un coefficient multiplicateur de $k = 1,25$. Ainsi, son évolution réciproque a un coefficient multiplicateur de $k_{rec} = \frac{1}{1,25} = 0,8$, c'est-à-dire une baisse de 20%.

b) De même : $\frac{1}{0,6} \approx 1,667$: l'évolution réciproque d'une baisse de 40% est une hausse de 66,7% environ.

5.4 Exercice 4

On doit calculer l'évolution réciproque d'une baisse de 20%. Or, $\frac{1}{0,8} = 1,25$: le commercant doit donc d'abord augmenter ses prix de 25%.

5.5 Exercice 5



Sur le schéma ci-dessus, les données de l'énoncé sont portées en noir, les résultats en couleur.

a) On calcule $\frac{1,701}{1,098} \approx 1,549$. On en déduit que Ronaldo a gagné 54,9% de plus que Neymar.

b) On calcule $\frac{1,098}{1,701} \approx 0,646$. On en déduit que Ronaldo a gagné 35,4% de moins que Neymar.

c) Neymar a gagné $\frac{74}{1,701} \approx$ 43,5 millions d'euros.

Ronaldo a gagné $\frac{74}{1,098} \approx$ 67,4 millions d'euros.

5.6 Exercice 6

a) En 2015, la qualité de l'air était bonne ou très bonne $0,707 \times 365 \approx$ 258 jours.

En 2014 (soit *avant* l'augmentation de 12,7%), elle l'était $\frac{258}{1,127} \approx$ 229 jours

b) En 2015, elle était mauvaise ou très mauvaise 9 jours sur 365, soit 2,5% des jours (Calcul : $\frac{9}{365} \approx 0,025$)

Bonus

Cette manipulation correspond à une baisse de 9 %. (Calcul : $1,4 \times 0,65 = 0,91$) Il est donc préférable de ne pas accepter cette proposition.

6 Evaluation 6

Question de cours

On passe de t à k en rajoutant 1. ($k = t + 1$)

6.1 Exercice 1

a) Entre 2000 et 2010, le taux d'évolution est de :

$$\frac{1320 - 980}{980} \approx 0,347$$

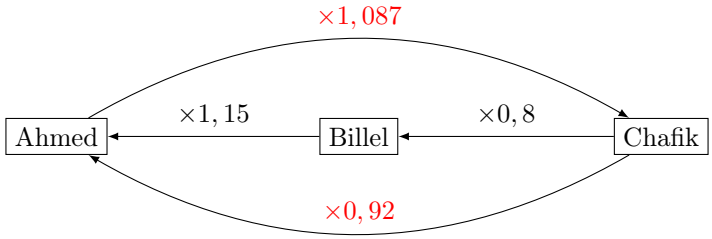
soit une hausse de 34,7%

b) En 2016, il y a $1320 \times 1,15 =$ 1518 élèves

6.2 Exercice 2

1ere évolution	2e évolution	Evolution globale	*Calculs*
Hausse de 25 %	Baisse de 30 %	Baisse de 12,5%	$1,25 \times 0,7 = 0,875$
Baisse de 25 %	Hausse de $\approx$ 20%	Baisse de 10 %	$\frac{0,9}{0,75} \approx 1,2$
Hausse de 41,7%	Hausse de 20 %	Baisse de 30 %	$\frac{0,7}{1,2} \approx 0,583$

6.3 Exercice 3



Sur le schéma ci-dessus, les données de l'énoncé sont portées en noir, les résultats en couleur.

a) On calcule $0,8,15 = 0,92$. On en déduit que Ahmed a eu 8 % de moins que Chafik.

b) On calcule $\frac{1}{0,92} \approx 1,087$. On en déduit que Chafik a eu 8,7% de plus que Ahmed.

c) Chafik a eu $\frac{12}{0,8} =$ 15.
Ahmed a eu $1,15 \times 12 =$ 13,8.

6.4 Exercice 4

Taux direct	-20%	+40%	- 50%	$\approx +66,7\%$
CM (k) direct	1,2	1,4	0,5	$\approx 1,667$
CM (k) réciproque	$\approx 0,833$	$\approx 0,714$	2	0,6
Taux réciproque	$\approx -16,7\%$	$\approx -28,6\%$	+ 100 %	-40%

Je ne détaille pas les calculs ici, mais pour passer du coefficient multiplicateur direct au réciproque, on prend son inverse. Par exemple : $0,833 \approx \frac{1}{1,2}$.

Remarque : ceci utilise la version corrigée de l'énoncé (-40% dans la dernière case)

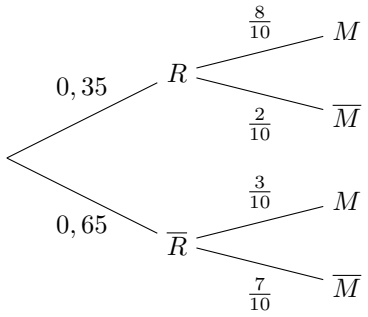
6.5 Exercice 5

On a $n = 360$, $f = 0,15$. Ainsi, $N = \frac{n}{f} = \frac{360}{0,15} = 2400$.
Conclusion : 2400 personnes sont inscrites à la médiathèque.

7 Evaluation 7

7.1 Exercice 1

a) On note R l'événement « L'élève a révisé », et M l'événement « L'élève a la moyenne ».
On a alors l'arbre suivant :



b) On calcule la probabilité de M :

$$\begin{aligned} P(M) &= P(M \cap R) + P(M \cap \overline{R}) \\ &= 0,35 \times \frac{8}{10} + 0,65 \times \frac{3}{10} \\ &= 0,475 \end{aligned}$$

Ainsi, la probabilité que l'élève ait la moyenne est de $P(M) = 0,475$.

7.2 Exercice 2

a) 18 cartes sur 34 (4 par famille, plus les 2 jokers) sont gagnantes ; à l'inverse, 16 cartes sont perdantes. Ainsi : $P(gagner) = \frac{18}{34} > P(perdre)$. On a davantage de chances de gagner que de perdre.

b) La loi de probabilité de X est :

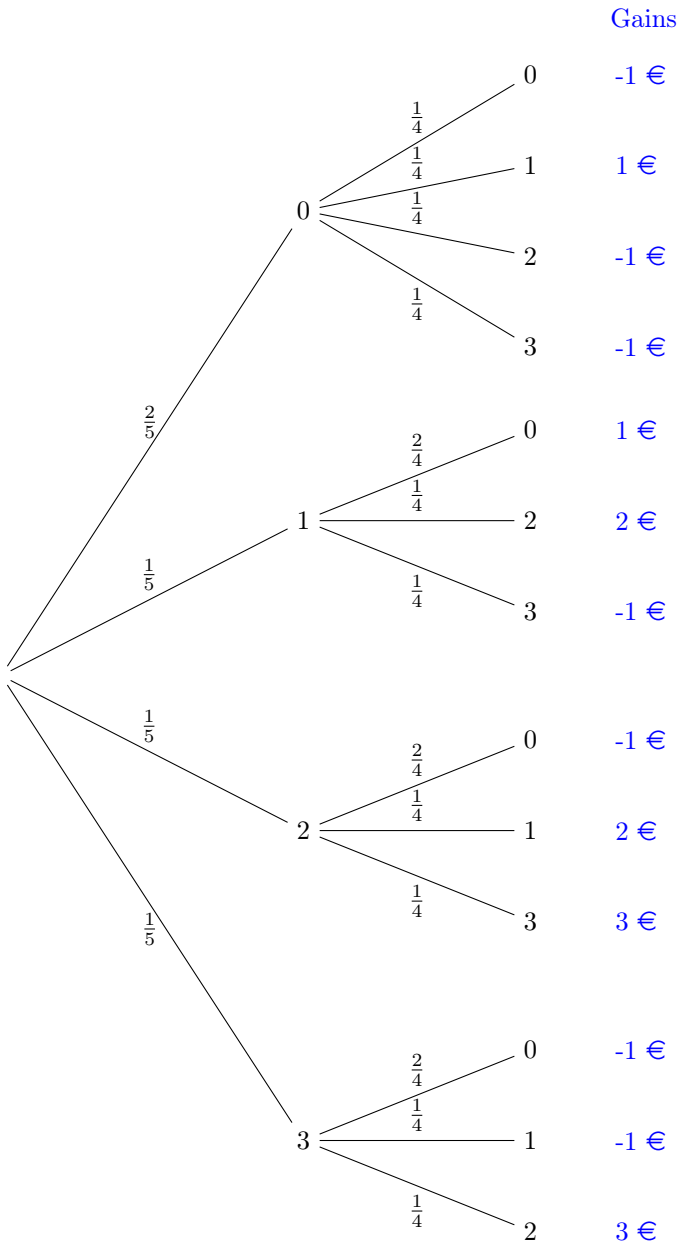
x_i	-5	4	10
$P(X = x_i)$	$\frac{16}{34}$	$\frac{16}{34}$	$\frac{2}{34}$

c) On en déduit l'espérance de X :

$$E(X) = -5 \times \frac{16}{34} + 4 \times \frac{16}{34} + 10 \times \frac{2}{34} = \frac{2}{17}$$

7.3 Exercice 3

a) On note 0 l'événement « On tire une boule zéro », et ainsi de suite. On a l'arbre suivant :



b) Les valeurs possibles de G sont : $-1; 1; 2; 3$.

c) On a la loi de probabilité suivante

k	-1	1	2	3
$P(G=k)$	$\frac{6}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

Je ne détaille ici que les calculs pour $P(G=3)$, les autres étant similaires.

$$\begin{aligned} P(G=3) &= P(3;2)+P(2;3) \\ &= \frac{1}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{10} \end{aligned}$$

Remarque : On peut aller plus vite pour calculer $P(G=-1)$, une fois les autres probabilités calculées, le total des probabilités devant valoir 1.

d) On calcule donc l'espérance de G :

$$E(G) = -1\times\frac{6}{10}+1\times\frac{2}{10}+2\times\frac{1}{10}+3\times\frac{1}{10}=\frac{1}{10}$$

L'espérance est strictement positive ; donc le jeu n'est pas équitable. Il est favorable au joueur.

7.4 Exercice 4

Pour compléter cette loi de probabilité, on remarque que la somme de toutes les probabilités doit valoir 1. Ainsi,

$$P(X=8) = 1-(0,3+0,1+0,4) = 0,2)$$

.

On a donc la loi de probabilités suivante :

x_i	-3	4	8	10
$P(X=k)$	$0,3$	$0,1$	0,2	$0,4$