

1 Contrôle 1

Question de cours

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

1.1 Exercice 1

a) $x^2 - 3x - 10 = 0$

On calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 49 > 0$: il y a donc deux racines

$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{49}}{2 \times 1} = -2 \text{ et } x_2 = \frac{3 + \sqrt{49}}{2 \times 1} = 5$$

Conclusion : $S = \{-2; 5\}$

b) $9x^2 = 12x - 4 \Leftrightarrow 9x^2 - 12x + 4 = 0$

On calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 9 \times 4 = 0$. Il y a donc une seule racine $x_0 = \frac{12}{2 \times 9} = \frac{4}{3}$.

Conclusion : $S = \{\frac{4}{3}\}$

c) $2x^2 + x - 1 < 0$

On calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9 > 0$. Il y a deux racines :

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \times 1} = -2 \text{ et } x_2 = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \times 1} = 1$$

Comme $a = 1 > 0$, on a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Conclusion : $S =]-2; 1[$

d) $2x^2 + 4 > 2 - 3x \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 2 > 0$

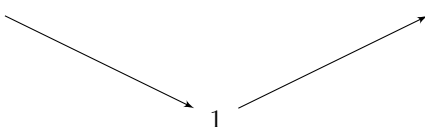
On calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times 2 = -7 < 0$: il n'y a pas de racine. Comme $a = 2 > 0$, on a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

Conclusion : $S =]-\infty; +\infty[$

1.2 Exercice 2

a) On reconnaît $\alpha = 1$, $\beta = 1$, et comme $a = 2 > 0$, on a :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$			

b) On développe :

$$\begin{aligned} f(x) &= 2(x-1)^2 + 1 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1) + 1 \\ &= 2x^2 - 4x + 3 \end{aligned}$$

c) La courbe est forcément la **courbe numéro 3**. En effet, c'est la seule pour laquelle le minimum est atteint en $x = 1$.

Remarque : Pour ce genre de questions, si on dit juste que la courbe 3 convient, on n'a pas répondu à la question, car les autres pourraient aussi convenir. Le mot « seule » est important.

1.3 Exercice 3

— Au point d'abscisse 2 ($a = 2$)

On calcule $g(2) = 2^2 - 3 \times 2 + 3 = 1$, puis on applique la formule donnée en question de cours :

$$\begin{aligned} T_2 : y &= g'(2)(x-2) + g(2) \\ &= 1(x-2) + 1 \\ y &= x - 1 \end{aligned}$$

— Au point d'abscisse -1 ($a = -1$)

On calcule $g(-1) = (-1)^2 - 3 \times (-1) + 3 = 7$, puis, de même :

$$\begin{aligned} T_{-1} : y &= g'(-1)(x - (-1)) + g(-1) \\ &= -5(x+1) + 7 \\ y &= -5x + 2 \end{aligned}$$

1.4 Exercice 4

a) On a le tableau suivant :

x	-4	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0	-1	-4	-5	-4	0
$f'(x)$	-1	-1	-	0	2	-

b) — f est décroissante autour de -3 (sur, par exemple, $[-4; -2]$), donc $f'(-3) \leq 0$

— f est croissante autour de $2,5$ (sur, par exemple, $[2; 3]$), donc $f'(2,5) \geq 0$.

c) f n'a qu'un point critique : $x = 0$

d) L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1 est :

$$\begin{aligned} y &= f'(1)(x-1) + f(1) \\ &= 2(x-1) + (-4) \\ y &= 2x - 6 \end{aligned}$$

1.5 Exercice 5

f est croissante sur $[4; 6]$: sa dérivée sera donc positive sur cet intervalle. Des trois graphes proposés, seule A est au-dessus de l'axe des abscisses sur $[4; 6]$.

Conclusion : la courbe représentative de f' est la courbe **A**