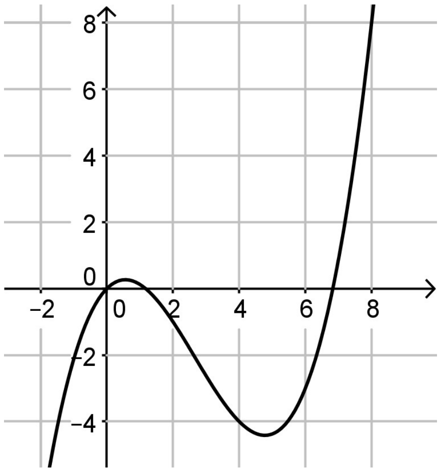
Contrôle #2	*2 heures* *calculatrice autorisée* ***1 seule fiche de révision autorisée***	1e S2 – 29/05/2014

Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix. Vous ne traiterez qu'un exercice parmi les exercices 7 et 8



Questions de cours. Aucune justification n'est demandée (2 points)

a) Vrai/Faux : $\forall\, x \in \mathbb{R} \cos(\pi - x) = \cos(x)$

b) Compléter la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \ldots$

Soit *f* la fonction représentée par le graphe ci-contre. Alors :

c) Vrai/Faux : $f(x) \leq 0\ \forall\, x \in [0\,;4]$

d) Vrai/Faux : $f'(x) \geq 0\ \forall\, x \in [6\,;8]$

Exercice 1 (4 points)

On considère l'échantillon statistique donné par le tableau d'effectifs suivant:

Caractère	10	20	30	40
Effectif	2	15	23	10

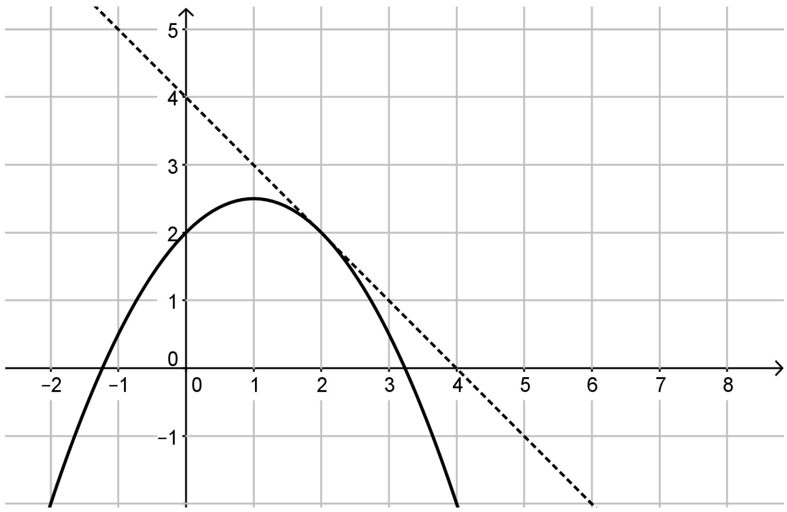
a) Quel est l'effectif total?

b) Calculer la moyenne et la médiane de cet échantillon.

c) Calculer la variance et l'écart-type de cet échantillon.

Exercice 2 (4 points) :

On considère la fonction représentée par le graphe ci-contre. Il s'agit d'une fonction polynomiale de degré 2.



a) Combien vaut $f(2)$?

b) Combien vaut $f'(2)$?

c) En déduire l'équation de la tangente à la courbe représentative de *f* au point d'abscisse 2.

d) Laquelle des formules ci-dessous correspond à *f* ? Justifier.

$\frac{-x^2}{2}+x+2$ ou $\frac{x^2}{2}-x+2$

e) En déduire les valeurs exactes des solutions de l'équation $f(x)=0$

Exercice 3 (4 points)

On considère la fonction suivante : $f(x)=\frac{x^2+2}{6-2x}$

a) Quel est son domaine de définition ?

b) Calculer sa dérivée

c) En déduire son tableau de variations.

Exercice 4 (5 points) – Résoudre les équations et inéquations suivantes, pour $x \in \mathbb{R}$

a) $\cos(x)=\frac{1}{2}$

b) $\sin(5x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{1}{x} \leq 5$

d) $2\cos^2(x)+9\cos(x)-5=0$ *[Indication : vous poserez* $X=\cos(x)$ *]*

e) $x^4-5x^2+4x=0$

Exercice 5 (5 points)

On cherche à prévoir et optimiser la population d'écureuils dans un parc, qui contient 300 arbres. Entre juin et mars, ces écureuils ne cherchent qu'à survivre. Chaque année, on suppose que le taux de mortalité des écureuils est égal au taux d'occupation des arbres. En d'autres termes, c'est comme si, fin février, on multipliait le nombre d'écureuils par $\dfrac{nombre\ d'arbres\ libres}{nombre\ d'arbres\ au\ total}$. Puis, en avril et mai, les écureuils se reproduisent, si bien que chaque couple d'écureuil a quatre nouveaux nés.

a) Expliquer pourquoi on peut dire que c'est comme si, entre avril et mai, on multiplie le nombre d'écureuils par 3.

b) Soit u_n le nombre d'écureuils en juin à l'année *n.* Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

c) On suppose qu'on introduit, dans un parc, 100 écureuils (en juin). Combien aura-t-on d'écureuils au bout de 4 ans ?

d) Peut-on dire que la suite (u_n) est croissante ? Justifier.

e) Même question, sauf qu'on part de 250 écureuils.

f) Si on souhaite une population d'écureuils stable (c'est-à-dire constante), combien d'écureuils faut-il introduire ?

Exercice 6 (4 points)

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par : $u_{n+1}=2u_n+2$, $u_0=-3$ et $v_n=u_n+2$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique et donner sa raison et son premier terme v_0 .

b) Que peut-on en déduire sur le sens de variations de (v_n) ? Sur le sens de variations de (u_n) ?

c) Donner une formule explicite pour v_n , puis pour u_n .

d) Combien vaut $\sum_{k=0}^{n} v_k$?

CHOISIR UN EXERCICE PARMI LES EXERCICES 7 ET 8.
Si vous traitez les deux, seule la meilleure des notes parmi les deux comptera.

Exercice 7 (5 points)

Dans un portefeuille, il y a 2 billets de 5£, 3 billets de 5 €, 4 billets de 10 € et 2 billets de 20 €.
On tire des billets au hasard, sans remise, jusqu'à ce qu'on ait tiré deux billets en euros.

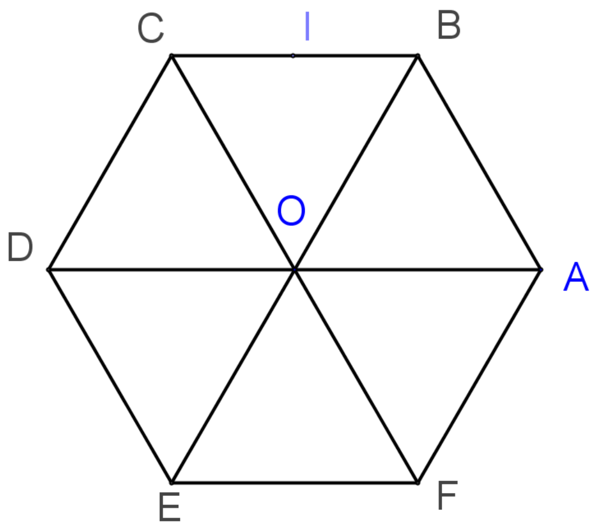
a) Représenter cette situation par un arbre pondéré.

b) Soit X la variable aléatoire « nombre de billets tirés » et Y la variable aléatoire « quantité d'euros tirés ». Donner les lois de probabilité de X et de Y

c) Calculer E(X) et E(Y).

d) Calculer l'écart-type de Y.

Exercice 8 (5 points)



Dans la figure ci-contre, ABCDEF est un hexagone régulier, et AB = BC = … = FA = OA = … = OF = 2. De plus, I est le milieu de [CB]

Calculer les produits scalaires suivants, en utilisant la méthode de votre choix.

a) $\vec{OA}\cdot\vec{OB}$ d) $\vec{OI}\cdot\vec{OE}$

b) $\vec{OA}\cdot\vec{OI}$ e) $\vec{OI}\cdot\vec{IA}$

c) $\vec{IB}\cdot\vec{IC}$ f) En déduire la mesure de l'angle $(\vec{IO}, \vec{IA})$